

دانلود کتاب، جزوه و مقاله تخصصی ریاضی در

سایت ریاضیات ایران

بزرگترین سایت ریاضی

نام

نام خانوادگی

محل اقامت



<http://IRmath.com>

عصر پنجمین
۸۹/۱۱/۲۸



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد فایپوسته داخل - سال ۱۳۹۰

مجموعه ریاضی - کد ۱۲۰۸

مدت پاسخگویی: ۲۴۰ دقیقه

تعداد سوال ۱۱



عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۲۰
۲	ریاضیات عمومی	۳۰	۳۱	۶۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۲۵	۶۱	۸۵
۴	آمار و احتمال	۲۵	۸۶	۱۱۰

بهمن ماه سال ۱۳۸۹

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- These ideas are not quite new; they ----- ancient philosophers.
 1) give rise to 2) depart for 3) descend from 4) put over
- The story ----- the lives of people in the last century.
 1) persists 2) settles 3) contends 4) depicts
- Strong storms have been ----- our efforts to find flood survivors.
 1) demarcating 2) hampering 3) submitting 4) surmising
- The military in most countries uses radar satellites to ----- targets through clouds and at night.
 1) overthrow 2) disallow 3) dominate 4) track
- The association works to promote the ----- of retired people as active and useful members of the community.
 1) disclosure 2) posture 3) standpoint 4) status
- At the end of the article, the author bridges all the different ----- of the argument together.
 1) conversions 2) strands 3) dealings 4) remnants
- Life in Britain was transformed by the ----- of the steam engine.
 1) undertaking 2) advent 3) expenditure 4) disposition
- There is evidence that a(n) ----- to cancer runs in some families.
 1) predisposition 2) incident 3) prospect 4) dilemma
- The journalists insisted on getting to the front line of the battle, ----- of the risks.
 1) unaccustomed 2) inevitable 3) heedless 4) devoid
- Computers operate using ----- numbers (the values 0 and 1).
 1) trivial 2) scant 3) binary 4) dual

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The Sahara is the great desert of northern Africa and the largest in the world. (11) ----- the Atlantic Ocean on the west to the Red Sea on the east, and from the Atlas Mountains and Mediterranean Sea on the north (12) ----- the savannas of the Sudan region on the south. (13) ----- more than 3 million square miles (8 million sq km), the Sahara is divided among many countries. Parts of the desert are known by separate names, such as the Eastern or Arabian Desert between the Nile River and the Red Sea, and the Libyan Desert along the border between Egypt and Libya. The Sahara has (14) ----- of 2 million excluding the densely settled Nile Valley, (15) ----- apart from the surrounding desert. The principal language of the people of the Sahara is Arabic and their religion is Islam.

11-1) There extends between
3) There extends from
12-1) to 2) on
13-1) Across an area with
3) To be an area with
14-1) an estimated population
3) estimated a population
15-1) which it considers
3) which is considered

2) It extends between
4) It extends from
3) at 4) in
2) With an area of
4) To be an area of
2) a population estimated
4) a population estimating
2) that is considered
4) that it considers

PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on our answer sheet.

Passage 1:

A word about problems. There are a great number of them. It would be an extraordinary student indeed who could solve them all. Some are present merely to complete proof in text material; others to illustrate to give practice in the results obtained. Many are introduced not to be solved as to be talked. The value of a problem is not so much in coming up with the answer as in the ideas and attempted ideas it forces on the would-be solver. Others are included in anticipation of material to be developed later, the hope and rationale for this being both to the groundwork for the subsequent theory and also to make more natural ideas, definitions, and arguments as they are introduced. Several problems, which for some reason or other seem difficult to me, are often starred (sometimes with two stars). However, even here there will be no agreement among mathematicians; many will feel that some unstarred problems should be starred and vice versa.

16- Choose the correct sentence.

- 1) Unstarred problems are unusually hard problems.
- 2) Mathematicians disagree on the difficulty of problems.
- 3) Mathematicians do not care about two starred problems.
- 4) There is no difference between the starred and unstarred problems.

17- The writer expects

- 1) the problems to pave the way for a rudimentary understanding of the principles of mathematics
- 2) mathematicians to disagree about the solution to some of the problems
- 3) only very talented students to be able to solve all the problems
- 4) the students to avoid those problems that are starred

18- The word "others" in line 3 refers to

1) problems 2) students 3) proofs 4) materials

19- Choose the incorrect sentence about problems.

1) They enjoy the same difficulty level from the viewpoint of different mathematicians.
 2) They are devised such that each type fulfills a particular purpose.
 3) They sometimes lay the groundwork for the subsequent theory to be discussed later.
 4) They look a bit abstruse to some would-be solvers.

20- A problem is valuable because

1) of its difficulty 2) it helps the development of ideas
 3) of its obtained solution 4) it requires a vast knowledge

Passage 2:

We adopt, as most mathematicians do, the naïve point of view regarding set theory. We shall assume that what is meant by a set of objects is intuitively clear, and we shall proceed on that basis without analyzing the concept further. Such an analysis properly belongs to the foundations of mathematics and to mathematical logic, and it is not our purpose to initiate the study of those fields.

Logicians have analyzed set theory in great detail, and they have formulated axioms for the subject. Each of their axioms expresses a property of sets that mathematicians commonly accept, and collectively the axioms provide a foundation broad enough and strong enough that the rest of mathematics can be built on them.

It is unfortunately true that careless use of set theory, relying on intuition alone can lead to contradictions. Indeed, one of the reasons for the axiomatization of set theory was to formulate rules for dealing with sets that would avoid these contradictions. Although we shall not deal with the axioms explicitly, the rules we follow in dealing with sets derive from them. In this book, you will learn how to deal with sets in an "apprentice" fashion, by observing how we handle them and by working with them yourself. At some point of your studies, you may wish to study set theory more carefully and in greater detail; then a course in logic or foundations will be in order.

21- The first sentence of the passage shows that the author

1) has, as most mathematicians have, accepted a less simplistic view of set theory
 2) thinks that most mathematicians do not agree with him about his view towards set theory
 3) believes set theory is a set of crude axioms that most mathematicians have no choice but to adopt
 4) follows a point of view similar to that of most mathematicians concerning set theory

22- The word "intiate" in line 5 is closest in meaning to

1) transmute 2) repudiate 3) modify 4) commence

23- Which of the following is NOT true about the axioms as they are discussed in the passage?

1) They each express a property of sets generally agreed upon by mathematicians.
 2) They are yet to be explored in detail.
 3) They form a basis on which mathematics stands.
 4) They are part of set theory.

24- The majority of mathematicians have a viewpoint of set theory.

1) deterministic 2) probabilistic 3) simplistic 4) diversified

25- What the author means when he says, "In this book, you will learn how to deal with sets in an "apprentice" fashion," is that the concept in focus would be

1) handled to remove apprentices' misconceptions
2) investigated to remove its contradictions
3) presented in a way suitable for use by expert mathematicians
4) handled in an easy and practical way

26- The study of logic and foundation

1) can help in-depth understanding of set theory 2) may not be beneficial
3) may harm understanding of set theory 4) showed to be unnecessary

Passage 3:

More Ideals and Quotient Rings. We continue the discussion of ideals and quotient rings.

Let us take the point of view, for the moment at least, that a field is the most desirable kind of ring. Why? If for no other reason, we can divide in a field, so that operations and results in a field more closely approximate our experience with real and complex numbers. In addition, as was illustrated by Problem 2 in the preceding problem set, a field has no homomorphic images other than itself or the trivial ring consisting of 0. Thus we cannot simplify a field by applying a homomorphism to it. Taking these remarks into consideration it is natural that we try to link a general ring, in some fashion, with fields. What should this linkage involve? We have a machinery whose component parts are homomorphisms, ideals, and quotient rings. With these we will forge the link.

But first we must make precise the rather vague remarks of the preceding paragraph. We now ask the explicit question: under what conditions is the homomorphic image of a ring a field? For commutative rings we complete the answer in this section.

Essential to treating this question is the converse to the result of Problem 2 of the problem list at the end of Section 4.

27- The "Why?" question in line 3 is intended to

1) explain the assumption made in the previous sentence
2) give a hint of the author's curious mind
3) demonstrate a question that is often asked
4) show how curious the author is

28- The word "approximate" in line 4 is closest in meaning to

1) arrange 2) harmonize 3) familiarize 4) approach

29- It is to establish a link between fields and general rings.

1) pessimistic 2) unrealistic 3) proper 4) improper

30- According to the passage, why can't we simplify a field by applying a homomorphism to it?

- 1) Because of a machinery whose component parts are homomorphisms, ideals, and quotient rings
- 2) Because of what was illustrated in Problem 2
- 3) Because a field has certain homomorphic images other than itself or the trivial ring consisting of 0
- 4) Because we must link a general ring, in some fashion, with fields

-۳۱ انتگرال سطحی تابع برداری $\bar{F} = \langle x, -z^r, -2y \rangle$ روی سطح حادث از دوران منحنی به معادله $(x-a)^r + y^r = b^r$ حول $0 < a < b$

محور y ها عبارتست از:

۱) $2\pi a^r b$

۲) $\pi a b$

۳) $2\pi^r a^r b$

۴) $2\pi^r a^r b$

-۳۲ به ازای چه مقادیری از a و b (بر حسب c) تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & |x| > c \\ a + bx^r & |x| \leq c \end{cases}$ مشتق پذیر است؟

۱) $b = -\frac{1}{rc^r}, a = \frac{3}{rc}$

۲) $b = \frac{3}{rc}, a = \frac{-1}{rc^r}$

۳) $b = \frac{1}{rc^r}, a = \frac{3}{rc}$

۴) $b = \frac{-3}{rc}, a = \frac{1}{rc^r}$

-۳۳ اگر $\bar{F}(x, y) = (5x - y^r)\bar{i} + (2x - 2)\bar{j}$ و C مثلث به رنوس (۱, ۲), (۴, ۲), (۴, ۶) باشد که در جهت مثلثاتی طی می‌شود.

در اینصورت $\int_C \bar{F} \cdot \bar{n} dS$ برابر است با:

۱) ۲۰

۲) ۱۵

۳) ۲۰

۴) ۴۵

-۳۴- مقدار $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \ln (|x| + |y|)$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) (۱)
۲) (۲)
۳) ∞ (۳)
۴) موجود نیست.

-۳۵- معادله یک رویه در مختصات استوانه‌ای به صورت $r^2 \cos 2\theta + z^2 + 1 = 0$ است. معادله این رویه در مختصات دکارتی کدام است؟

$y^2 + x^2 - z^2 = 1$ (۱)
 $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ (۲)
 $z^2 - x^2 - y^2 = 1$ (۳)
 $y^2 - x^2 - z^2 = 1$ (۴)

-۳۶- حاصل انتگرال $\int_0^1 x^m (\ln x)^n dx$ برابر است با:

$\frac{(-1)^m n!}{(m+1)^n}$ (۱)
 $\frac{(-1)^n n!}{(m+1)^{n+1}}$ (۲)
 $\frac{(-1)^n m!}{(n+1)^{m+1}}$ (۳)
 $\frac{(-1)^n n!}{n^{m+1}}$ (۴)

-۳۷ برای نمودار به معادله $\sinh(xy) - \cosh(xy) + 1 = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) نمودار نسبت به مبدأ مختصات قرینه است.
- ۲) نمودار نسبت به محور z ها قرینه است.
- ۳) نمودار نسبت به محور x ها قرینه است.
- ۴) نمودار نسبت به محور y ها و مبدأ مختصات قرینه است.

-۳۸ فرض کنیم $\ddot{\mathbf{R}} \neq \ddot{\mathbf{0}}$ و داشته باشیم $\ddot{\mathbf{R}} = \ddot{\mathbf{R}}(t)$. در این صورت کدام گزینه همیشه درست است؟

- ۱) طول $\ddot{\mathbf{R}}$ ثابت است.
- ۲) جهت $\ddot{\mathbf{R}}$ ثابت است.
- ۳) $\frac{d\ddot{\mathbf{R}}}{dt}$ بر $\ddot{\mathbf{R}}$ عمود است.
- ۴) $\frac{d\ddot{\mathbf{R}}}{dt}$ به موازات مسیر حرکت است.

-۳۹ مقدار $\iint_R x^r \cos^r y + r \sin y - \pi) dx dy$ را که در آن $R = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$ برابر کدام گزینه است؟

- ۱) $-\pi$
- ۲) -2π
- ۳) π
- ۴) 2π

-۴۰ اگر $I = \iint_R \cos^r \theta dx dy$ که در آن R ناحیه خارج از دایره $r=1$ و $\theta=0$ و خط $x=2$ واقع بین شعاع های $r=1$ و $\theta=\frac{\pi}{4}$ و خط $x=2$ است، آنگاه مقدار I برابر کدام گزینه است؟

- ۱) $\frac{7\pi-2}{16}$
- ۲) $\frac{5\pi-1}{16}$
- ۳) $\frac{9\pi-1}{16}$
- ۴) $\frac{11\pi-1}{16}$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{y}{r} = \frac{z-1}{-2} \quad -41$$

$$\frac{x}{q} + \frac{y}{r} = z \quad (1)$$

$$\frac{x}{r} + \frac{y}{q} = z \quad (2)$$

$$\frac{x}{q} - \frac{y}{r} = z \quad (3)$$

$$\frac{x}{r} - \frac{y}{q} = z \quad (4)$$

- ۴۲ فرض می کنیم $f(x)$ تابعی باشد که $f(1)=1$ و به ازای $x \geq 1$ داشته باشیم. مقدار f کدام

است؟

۱) برابر $1 + \frac{\pi}{4}$ است.

۲) بزرگتر از $1 + \frac{\pi}{4}$ است.

۳) کوچکتر از $1 + \frac{\pi}{4}$ است.

۴) موجود نیست.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-r)^n}{r^n \ln(n+1)} \quad -43$$

$[0, r)$ (۱)

$[0, r]$ (۲)

$(0, r]$ (۳)

$[-r, r]$ (۴)

کدام است؟ -۴۴

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1, \sqrt[2]{2}, \sqrt[3]{3}, \dots, \sqrt[n]{n})^{\frac{1}{n}}}{(\sqrt[n+1]{n})^{\frac{1}{n}}}$$

مقدار

$e^{-\frac{1}{2}}$ (۱)

$e^{-\frac{1}{3}}$ (۲)

$e^{\frac{1}{2}}$ (۳)

$e^{\frac{1}{3}}$ (۴)

معادله صفحه‌ای که از خط گذشته و بر رویه $x^2 + y + z = 3$ مماس باشد عبارتست از: -۴۵

$$\begin{cases} 2x + z = 1 \\ 2y + z = 10 \end{cases}$$

$x + 2y - z = 1$ (۱)

$2x + 2y + z = 0$ (۲)

$x - 2y + z = 2$ (۳)

$2x + y + z = 4$ (۴)

حاصل عبارت $\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} dy \int_0^{\sin^{-1} y} x dx + \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^1 dy \int_0^{\cos^{-1} y} x dx$ است؟ -۴۶

$\frac{\sqrt{2}}{4}\pi - 1$ (۱)

$\frac{\pi}{4} - 1$ (۲)

$\frac{\pi}{4} + 1$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{4}\pi + 1$ (۴)

تابع $f(x,y) = \begin{cases} x^2 + 2y^2 & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ در نظر بگیرید. مشتق سویی تابع f در جهت بردار $\vec{j} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ در $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ دار

مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $-\frac{9}{25}$

(۲) صفر

(۳) $\frac{9}{25}$

(۴) وجود ندارد.

آنگاه حاصل $\frac{\partial x}{\partial v}$ کدام است؟

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = u \\ x \sin y + y = v \end{cases} \quad \text{اگر}$$

(۱) $\frac{x}{x^2 \cos y + x + y \sin y}$

(۲) $\frac{x \cos y + 1}{x \cos y + 1}$

(۳) $\frac{x^2 \cos y + x + y \sin y}{-y}$

(۴) $\frac{-y}{x^2 \cos y + x - y \sin y}$

ماکزیمم و مینیمم مقید تابع $f(x,y) = x^2 + y^2$ نسبت به شرط $x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$. کدام است؟

Maxf = ۰, Minf = -۱۰ (۱)

Maxf = ۱۰, Minf = ۰ (۲)

Maxf = ۲۰, Minf = ۰ (۳)

Maxf = ۰, Minf = -۲۰ (۴)

۵۰- جرم کل چهار وجهی T با چگالی $\rho(x,y,z) = \frac{16}{(1+x+y+z)^3}$ که در یک هشتم اول قرار دارد و محدود به صفحه $x+y+z=1$ و صفحات مختصات است برابر است با:

۱) $8\ln 2 - 5$
۲) $5 - \ln 2$
۳) $5 + \ln 2$
۴) $8\ln 2 + 5$

۵۱- حجم ناحیه توپر T که از بالا به کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و از پایین به مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2} \cot\phi$ محدود می‌باشد (ϕ زاویه بین مولدهای مخروط با محورها و $0 < \phi < \pi$) برابر است با:

۱) $\frac{2}{3}\pi a^2 (1 + \cos\phi)$
۲) $\frac{2}{3}\pi a^2 (1 - \cos\phi)$
۳) $\frac{4}{3}\pi a^2 (1 - \cos\phi)$
۴) $\frac{4}{3}\pi a^2 (1 + \cos\phi)$

۵۲- فرض کنیم $f(x)$ تابعی باشد که روی $[a, b]$ پیوسته و دارای مشتق پیوسته باشد و علاوه بر این صورت مقدار $\int_a^b (xf(x)f'(x))dx = 1$ ، $f(a) = f(b) = 0$ برابر کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$
۲) $-\frac{3}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{3}{2}$

-۵۳ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{m}{\sqrt{n}-1} \right)^{m+\sqrt{n}}$ کدام است؟

$$e^{\frac{m}{\sqrt{n}}} \quad (1)$$

$$e^{-\frac{m}{\sqrt{n}}} \quad (2)$$

$$e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \quad (3)$$

$$e^{-\frac{1}{\sqrt{n}}} \quad (4)$$

-۵۴ ضریب جمله سوم بسط تیلور $\frac{\ln(1-x)}{x-1}$ حول $x=0$ برابر کدام است؟

$$-\frac{10}{6} \quad (1)$$

$$-\frac{11}{6} \quad (2)$$

$$\frac{10}{6} \quad (3)$$

$$\frac{11}{6} \quad (4)$$

-۵۵ بهترین مقدار تقریبی S برای $1^{10} + 2^{10} + 3^{10} + \dots + 1000^{10}$ کدام است؟

$$\frac{1000^{11}}{11} < S < 1000^{11} + \frac{1000^{11}}{11} \quad (1)$$

$$1000^{10} + 1 < S < 1000^{11} + \frac{1000^{11}}{11} \quad (2)$$

$$\frac{1000^{11}}{11} < S < 1000^{10} + \frac{1000^{11}}{11} \quad (3)$$

$$1000 < S < 1000^{10} + \frac{1}{10} \quad (4)$$

-۵۶ فرض کنید f تابعی پیوسته و دارای مشتق پیوسته و اکیداً صعودی روی $[0, b]$ باشد و $f(0) = 0$. در این صورت برای

هر $x \in [0, b]$ $\int_0^x f(t)dt + \int_0^{f(x)} f^{-1}(t)dt$ برابر کدام است؟

$$xf'(x) \quad (1)$$

$$f(b) \quad (2)$$

$$xf(x) \quad (3)$$

$$xf^{-1}(x) \quad (4)$$

خط مماس بر منحنی فصل مشترک رویه‌های $x^r + y^r = 1$ و $z = 1$ در نقطه $(0, 1, 1)$ کدام است؟

-۵۷

$$y + z = 2 \quad (1)$$

$$x + y = 1 \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad (4)$$

کدام گزینه در مورد انتگرال ناسره (توسعی) صحیح است؟

-۵۸

(۱) واگرایست

(۲) همگرا با مقدار همگرایی π می‌باشد.

(۳) همگرا با مقدار همگرایی $\frac{1}{\pi}$ می‌باشد.

(۴) همگرا با مقدار همگرایی یک می‌باشد.

$\int_0^1 \frac{x^{m-1}(1-x)^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$ مقدار $\beta(m, n) = \int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1} dx$ اگر -۵۹

$$\frac{\beta(m, n)}{m^r} \quad (1)$$

$$\frac{\beta(m, n)}{r^n} \quad (2)$$

$$\frac{\beta(m, n)}{r^m} \quad (3)$$

$$\frac{\beta(m, n)}{r^{m+n}} \quad (4)$$

اگر تابع f به صورت $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^r - y^r}{x^r + y^r} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ -۶۰

ترتیب عبارتند از: (منتظر از $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x}$ یعنی مشتق گیری نسبت به x و سپس نسبت به y)

(۱) ۱ و -۱

(۲) ۱ و -۱

(۳) ۱ و ۱

(۴) -۱ و -۱

-۶۱ هر گاه $F(t)$ کدام است؟

$$F(t) = \begin{cases} \sin(t) & 0 < t < \pi \\ -\sin(t) & \pi < t < 2\pi \\ F(t + \pi) & \text{دریافت} \end{cases}$$

$$(1) \frac{re^{\pi s}}{(1+s^r)(e^{\pi s} - 1)}$$

$$(2) \frac{e^{\pi s} + 1}{(1+s^r)(e^{\pi s} - 1)}$$

$$(3) \frac{re^{\pi s} - 1}{(1+s^r)(e^{\pi s} - 1)}$$

$$(4) \frac{re^{\pi s} - 1}{s(s^r + 1)(1 + e^{-\pi s})}$$

-۶۲ با جایگذاری $t = e^x$ معادله دیفرانسیل $y'' + \frac{1}{r}y' + e^x y = 0$ به کدام یک از معادلات زیر تبدیل می‌شود؟

$$(1) (1-t) \frac{d^r y}{dt^r} + \left(\frac{r}{r} - t \right) \frac{dy}{dt} + y = 0$$

$$(2) t(1-t) \frac{d^r y}{dt^r} + \left(\frac{r}{r} - t \right) \frac{dy}{dt} + y = 0$$

$$(3) (1-t^r) \frac{d^r y}{dt^r} + \left(\frac{1}{r} - t \right) \frac{dy}{dt} + y = 0$$

$$(4) (1-t^r) \frac{d^r y}{dt^r} + \left(\frac{r}{r} + t \right) \frac{dy}{dt} + y = 0$$

-۶۳ معادله $xdx - ydy = 0$ مفروض است. هر گاه از یک نقطه دلخواه مانند P واقع روی یکی از منحنی‌های انتگرال مماس

را رسم کنیم و قرینه نقطه P را نسبت به محور x ها نقطه Q بنامیم، کدام گزینه صحیح است؟ (O مبدأ مختصات است).

(۱) OQ بر PT عمود است.

(۲) OQ بر PT عمود نیست.

(۳) OQ بر OP عمود است.

(۴) مثلث POQ متساوی الاضلاع است.

- ۶۴ - جواب عمومی معادله $y^r y' + rx y' - y = 0$ کدام است؟

$$rx^r = y - c^r \quad (1)$$

$$rx = y^r - c^r \quad (2)$$

$$rx = cy^r - c^r \quad (3)$$

$$rx^r = cy - c^r \quad (4)$$

- ۶۵ - جواب عمومی معادله زیر کدام است؟

$$\left(\frac{\ln(\ln y)}{x} + \frac{r}{r} x y^r \right) dx + \left(\frac{\ln x}{y \ln y} + x^r y^r \right) dy = 0$$

$$(\ln x)(\ln(\ln y)) + x^r y^r = c \quad (1)$$

$$\frac{1}{x} \ln(\ln(y)) + \frac{1}{r} x^r y^r = c \quad (2)$$

$$\frac{1}{x} \ln(\ln y) + x^r y^r = c \quad (3)$$

$$(\ln x)(\ln(\ln y)) + \frac{1}{r} x^r y^r = c \quad (4)$$

- ۶۶ - جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x(ydx + xdy) = (1 + x^r y^r) \ln x dx$ کدام است؟

$$\operatorname{tg}^{-1} x = \frac{1}{r} (\ln y)^r + c \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} y = \frac{1}{r} (\ln x)^r + c \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}^{-1}(xy) = \frac{1}{r} (\ln x)^r + c \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}^{-1}(xy) = \frac{1}{r} (\ln y)^r + c \quad (4)$$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر برابر است با: -۶۷

$$(x^r + y^r)(x + yy') + (x^r + y^r - 2x + 2y)(y - xy') = 0$$

$$x^r + y^r + ry = c(x^r + y^r)^r e^{\frac{1}{r} \tan^{-1} x} \quad (1)$$

$$x^r + y^r - ry = c(x^r + y^r)^r e^{\frac{1}{r} \tan^{-1} y} \quad (2)$$

$$x^r + y^r - ry = c(x^r + y^r)^r e^{-\frac{1}{r} \tan^{-1} x} \quad (3)$$

$$x^r + y^r + ry = c(x^r + y^r)^r e^{\frac{1}{r} \tan^{-1} y} \quad (4)$$

جواب معادله $x^r + y^r + ry = c(x^r + y^r)^r e^{\frac{1}{r} \tan^{-1} y}$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ -۶۸

- ∞ (۱)

صفر (۲)

-۱ (۳)

∞ (۴)

جواب عمومی معادله زیر کدام است؟ -۶۹

$$y' = (x - y)(y - x + 1) + 1$$

$$y = \frac{1 - x}{-1 + ce^x} \quad (1)$$

$$y = \frac{1 - x + cx e^x}{-x + ce^x} \quad (2)$$

$$y = \frac{1 - x + cx e^x}{-1 + ce^x} \quad (3)$$

$$y = \frac{1 - ce^x}{1 - x + cx e^x} \quad (4)$$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^r y^r - ry^r - e^r y' = 0$ کدام است؟ -۷۰

$$(y + e^{-x} + c)(y - e^{-x} + c) = 0 \quad (1)$$

$$(y + cx + e^c)(y + cx - e^c) = 0 \quad (2)$$

$$(y + e^x + c)(y - e^x + c) = 0 \quad (3)$$

$$(y - cx + e^c)(y - cx - e^c) = 0 \quad (4)$$

-۷۱ کدام گزینه جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y^r dx = (x^r - xy)dy$ را نشان می‌دهد؟

$$x^r y^r \left(\frac{1}{r} y^{-r} + c \right) = 1 \quad (1)$$

$$y \left(\frac{1}{r} y^{-r} + c \right) = 1 \quad (2)$$

$$x \left(\frac{1}{r} y^{-r} + c \right) = 1 \quad (3)$$

$$xy \left(\frac{1}{r} y^{-r} + c \right) = 1 \quad (4)$$

-۷۲ در دستگاه $\begin{cases} \varphi_1(x) = e^{rx} + \int_0^x \varphi_r(t)dt \\ \varphi_r(x) = 1 - \int_0^x e^{r(x-t)} \varphi_1(t)dt \end{cases}$ گزینه $\varphi_1(x)$ برابر کدام گزینه است؟

$$-2-2e^x \quad (1)$$

$$2e^x - 2e^{-x} \quad (2)$$

$$+2+2e^{-x} \quad (3)$$

$$-2+2e^x \quad (4)$$

-۷۳ جواب انتگرال زیر کدام است؟ (a ثابت مثبت و $c > -1$ و n عددی مثبت و فرد می‌باشد.)

$$I = \int_0^\infty x^c e^{-ax^n} dx$$

$$\frac{1}{na^{\frac{c-n+1}{n}}} \Gamma\left(\frac{c-n+1}{n}\right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{na^{\frac{n-c+1}{n}}} \Gamma\left(\frac{n+1}{c}\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{na^{\frac{c+1}{n}}} \Gamma\left(\frac{c+1}{n}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{na^{c+1}} \Gamma\left(\frac{c+2n-1}{n}\right) \quad (4)$$

- ۷۴ حاصل $\int_{-1}^1 (x - x^r) P_{rn}(x) dx$ است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) صفر
 (۴) ۱

- ۷۵ یک انتگرال خصوصی مربوط به متغیر وابسته x در دستگاه زیر کدام است؟

$$\begin{cases} \gamma \frac{d^r x}{dt^r} + \frac{d^r y}{dt^r} + \Delta x + \gamma y = -\lambda \sin \gamma t \\ \frac{d^r x}{dt^r} + \frac{d^r y}{dt^r} + \gamma x + \Delta y = \lambda \sin \gamma t \end{cases}$$

$$x_p(t) = \gamma \cos \gamma t \quad (۱)$$

$$x_p(t) = \gamma \sin \gamma t \quad (۲)$$

$$x_p(t) = \gamma \sin \gamma t + \cos \gamma t \quad (۳)$$

$$x_p(t) = \gamma \sin \gamma t \quad (۴)$$

- ۷۶ معکوس تبدیل لاپلاس $\{ \sqrt{s+1} - \sqrt{s} \}$ کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{\frac{1}{2}} (1 + e^{-t}) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-t}) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{\frac{1}{2}} (1 - e^{-t}) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{-\frac{1}{2}} (1 + e^{-t}) \quad (۴)$$

- ۷۷ $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x^2}$ دو جواب مستقل خطی یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی همگن هستند. ضریب مشتق مرتبه اول در این معادله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x}$
 (۲) x^2
 (۳) x^3
 (۴) $\frac{1}{x^4}$

- ۷۸ جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟

$$x^2 y'' = (y - xy')^2$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^2}{c_1 + c_2 x} \quad (1) \\ y &= \ln \left| \frac{x}{c_1 + c_2 x} \right| \quad (2) \\ y &= x \ln \left| \frac{x}{c_1 + c_2 x} \right| \quad (3) \\ y &= x + \ln \left| \frac{c_1 + c_2 x}{x} \right| \quad (4) \end{aligned}$$

- ۷۹ با جایگذاری $u = y^2$ معادله $(xy' - y)^2 = -x^2 y y''$ به کدام معادله اویلر-کشی (هم بعدکشی) تبدیل می‌شود؟

$$\begin{aligned} &x^2 u'' + xu' - u = 0 \quad (1) \\ &x^2 u'' - xu' + u = 0 \quad (2) \\ &x^2 u'' - xu' - u = 0 \quad (3) \\ &x^2 u'' - 2xu' + 2u = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل $(x-1)y'' - xy' + y = 0$ کدام است؟ -۸۰

$c_1 e^{-x} + c_2 x$ (۱)

$c_1 x e^{-x} + c_2 e^x$ (۲)

$c_1 e^x + c_2 x$ (۳)

$c_1 e^{-x} + c_2 x e^x$ (۴)

جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - \frac{1}{x} y' - \frac{3}{x^2} y = 0$ کدام گزینه است؟ -۸۱

$y = c_1 e^{rx} + c_2 x^{-1}$ (۱)

$y = c_1 x^r + c_2 x^{-1}$ (۲)

$y = c_1 x^r + c_2 e^{-x}$ (۳)

$y = c_1 e^{rx} + c_2 e^{-x}$ (۴)

فرض کنید t مماس بر منحنی C در نقطه p باشد. معادله خانواده‌ای از منحنی‌ها، با این خاصیت که فاصله مبدأ تا مماس t مساوی طول نقطه p باشد، کدام است؟ -۸۲

$x^r + y^r = cx$ (۱)

$x^r + y = cx$ (۲)

$x^r + y^r = cy$ (۳)

$cx + y^r = y$ (۴)

بازه‌ای که در آن مسأله مقدار اولیه زیر دارای جواب است کدام است؟ -۸۳

$(x-1)y' + (\ln(x))y = rx$

$y(1) = r$

$(0, r)$ (۱)

P^+ (۲)

$(-1, r)$ (۳)

$(r, +\infty)$ (۴)

معادله دیفرانسیل $4x^2y'' + 4xy' + (8x^2 - 1)y = 0$ مفروض است با فرض اینکه

$J_{-\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x, J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ توابع بسل به ترتیب از مرتبه $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ باشند، جواب عمومی معادله داده شده کدام است؟

$$y = A_1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} + A_2 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} \quad (1)$$

$$y = A_1 \frac{\sin \sqrt{2x}}{\sqrt{x}} + A_2 \frac{\cos \sqrt{2x}}{\sqrt{x}} \quad (2)$$

$$y = A_1 \frac{\sin \sqrt{x}}{x} + A_2 \frac{\cos \sqrt{x}}{x} \quad (3)$$

$$y = A_1 \frac{\sin \sqrt{2x}}{x} + A_2 \frac{\cos \sqrt{2x}}{x} \quad (4)$$

فرض کنید $y = f(x, c)$ جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر باشد:

$$\frac{dy}{dx} + y = 4 \sin x$$

در این صورت $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, c)$

- (۱) موجود نیست.
- (۲) برابر ∞ است.
- (۳) برابر ۲ است.
- (۴) برابر صفر است.

سطوح زیر مختص نرمال استاندارد										
z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6935	.6950	.6965	.7018	.7054	.7088	.7122	.7157	.7190	.7224
0.6	.7317	.7259	.7294	.7337	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517
0.7	.7690	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7963	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8213	.8244	.8274	.8305	.8335	.8365	.8399	.8431
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8750	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9238	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9312	.9313	.9317	.9319	.9322	.9325	.9329	.9332	.9335	.9338
1.6	.9452	.9463	.9474	.9483	.9493	.9503	.9513	.9523	.9533	.9543
1.7	.9558	.9554	.9551	.9548	.9544	.9539	.9534	.9528	.9519	.9510
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9801	.9806	.9812	.9817	.9822
2.1	.9821	.9816	.9810	.9818	.9823	.9828	.9833	.9838	.9843	.9848
2.2	.9861	.9854	.9868	.9871	.9873	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9911	.9913	.9916	.9918
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9928	.9931	.9934	.9936	.9939	.9942
2.5	.9931	.9934	.9935	.9937	.9939	.9941	.9943	.9945	.9947	.9949
2.6	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952	.9953	.9954	.9955
2.7	.9951	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963
2.8	.9959	.9961	.9963	.9964	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970
2.9	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974	.9975	.9976
3.0	.9971	.9972	.9973	.9974	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9980
3.1	.9975	.9976	.9977	.9978	.9979	.9980	.9981	.9982	.9983	.9984
3.2	.9979	.9980	.9981	.9982	.9983	.9984	.9985	.9986	.9987	.9988
3.3	.9983	.9984	.9985	.9986	.9987	.9988	.9989	.9990	.9991	.9992
3.4	.9987	.9988	.9989	.9990	.9991	.9992	.9993	.9994	.9995	.9996
3.5	.9991	.9992	.9993	.9994	.9995	.9996	.9997	.9998	.9999	.9999
3.6	.9995	.9996	.9997	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.7	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
3.8	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
3.9	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.0	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.1	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.2	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.3	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.5	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.6	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.7	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.8	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
4.9	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997
5.0	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997

مکانی بر اساس توزیع کوئی

مکانی بر اساس توزیع مربوط کوئی

مکانی بر اساس توزیع زیر نرمال

مکانی بر اساس توزیع نرمال

مکانی بر اساس توزیع اسکالر

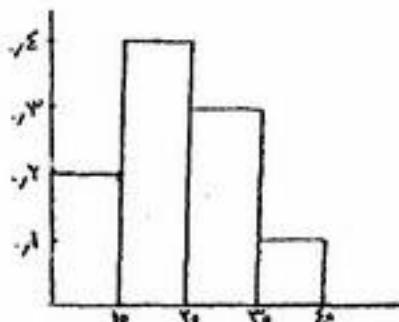
مک

-۸۶- اگر نمودار زیر نمایشی از نمودار ساقه و برگ (تنه و شاخه) داده‌ها باشد و Q_1 , Q_2 و Q_3 به ترتیب نمایانگر چارک اول، دوم و سوم باشند، مقدار (Q_1, Q_2, Q_3) کدام است؟

۹	۰	۲
۱۰	۰	۰
۱۱	۰	۲
۱۲	۰	۰
۱۳	۰	۰
۱۰	۰	۹
۱۱	۰	۵
۱۲	۰	۱
۱۳	۰	۹
۱۱	۵	۵
۱۲	۵	۵
۱۳	۵	۹
۱۱	۶	۷
۱۲	۷	۸
۱۳	۸	۹
۱۱	۸	۹
۱۲	۹	۹
۱۳	۹	۹

(۱۰۹, ۱۱۸, ۱۲۱) (۱)
 (۱۱۰, ۱۱۷/۵, ۱۲۵) (۲)
 (۱۱۲, ۱۱۷/۵, ۱۲۱) (۳)
 (۱۱۰, ۱۱۷, ۱۲۹) (۴)

-۸۷- با توجه به هیستوگرام زیر مقدار میانه کدام است؟



۱۲ (۱)
 ۱۵ (۲)
 ۱۹ (۳)
 ۱۷ (۴)

-۸۸- ۲۵ مهره یکسان را می‌خواهیم در سه جعبه A، B و C قرار دهیم که در جعبه A حداقل یک مهره، در جعبه B حداقل ۲ مهره و در جعبه C حداقل ۳ مهره قرار گیرد. به چند طریق می‌توان اینکار را انجام داد؟

۱۷۱ (۱)
 ۲۱۰ (۲)
 ۳۰۰ (۳)
 ۲۳۱ (۴)

-۸۹- فرض کنید A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند. اگر احتمال اینکه B اتفاق نیافتد برابر با b و احتمال اینکه هیچ کدام اتفاق نیافتد برابر با a باشد، مقدار $P(A)$ کدام است؟

$\frac{1-a}{1-b}$ (۱)
 $\frac{1-b}{1-a}$ (۲)
 $\frac{b}{1-a}$ (۳)
 $\frac{a}{1-b}$ (۴)

-۹۰ یک تاس ۸ وجهی را هفت بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه ماتریس ووجه ظاهر شده دقیقاً باشد کدام است؟

$$\frac{5^7}{8^7} \quad (1)$$

$$\frac{6^7}{8^7} \quad (2)$$

$$\frac{6^7 - 5^7}{8^7} \quad (3)$$

$$\frac{7^6 - 6^6}{8^7} \quad (4)$$

-۹۱ ۹ توب یکسان و یک شکل را به تصادف در سه جعبه می‌ریزیم. فرض کنید X تعداد توب‌های جعبه ۳ام باشد و احتمال اینکه توبی در هر جعبه قرار گیرد برابر باشد. احتمال اینکه تعداد توب‌های هر سه جعبه برابر باشند کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{27} \quad (2)$$

$$\frac{7!}{3^{10}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6^9} \quad (4)$$

-۹۲ اگر X یک متغیر تصادفی برنولی با پارامتر p باشد. مقدار $\sum_{i=1}^n E(X^i)$ کدام است؟

$$np \quad (1)$$

$$(1+p)^n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n p^i (1-p)^{n-i} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n p^i \quad (4)$$

- ۹۲- فرض کنید X دارای توزیع پواسون با واریانس یک است. مقدار $P(X^2 = X)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}e^{-1}$
 (۲) $\frac{1}{2}e^{-1}$
 (۳) $2e^{-1}$
 (۴) e^{-1}

- ۹۳- فرض کنید $X \sim B\left(25, \frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

(۱) -۱
 (۲) صفر
 (۳) +۱
 (۴) $\frac{1}{2}$

- ۹۴- فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع هندسی یکسان با پارامتر p باشند. مقدار $P[X = Y]$ کدام است؟

(۱) $\frac{q}{p+2q}$
 (۲) $\frac{p}{rp+q}$
 (۳) $\frac{q}{rp+q}$
 (۴) $\frac{p}{p+2q}$

- ۹۵- Y دارای توزیع χ^2 با واریانس ۴۰۰ می‌باشد. مقدار $P(Y > 200)$ به تقریب کدام است؟

(۱) صفر
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) یک
 (۴) $\frac{1}{2}$

۹۷- فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل با تابع چگالی احتمال‌های زیر باشند.

$$f_{X_2}(x) = 2e^{-2x}, x > 0 \text{ و } f_{X_1}(x) = e^{-x}, x > 0$$

اگر $P(X_{(1)} = X_1)$ مقدار $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2\}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۸- اگر X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی دوتایی از توزیع کی دو (χ^2) با ۱۰ درجه آزادی باشد، مقدار $P(X_1 < X_2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{7}{8}$

(۴) هیچ کدام

۹۹- فرض کنید X نمایانگر تعداد آزمایش‌های مستقل بونولی با احتمال Y تا حصول اولین موفقیت باشد متغیر تصادفی Y دارای

توزیع یکنواخت روی بازه $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ باشد، مقدار $\text{Cov}(X, Y)$ کدام است؟

(۱) $1 - \frac{3}{2} \ln 2$ (۲) $1 - \frac{2}{3} \ln 2$ (۳) $\frac{3}{2} \ln 2$ (۴) $\frac{2}{3} \ln 2$

- ۱۰۰ - اگر \bar{X} میانگین یک نمونه ۲۵ تایی از توزیع $N(\mu, 25)$ باشد. ضریب اطمینان فاصله اطمینان $(\bar{X} - 2, \bar{X} + 2)$ برای پارامتر μ کدام است؟ $\Phi(2)$ نشانگر تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.

$$2\Phi(2) - 1 \quad (1)$$

$$1 - 2\Phi(2) \quad (2)$$

$$2\Phi\left(\frac{2}{5}\right) - 1 \quad (3)$$

$$1 - 2\Phi\left(\frac{2}{5}\right) \quad (4)$$

- ۱۰۱ - فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta-1)e^{-(\theta-1)x} & \theta > 1, x > 0 \\ 0 & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

برآوردگر گشتاوری θ کدام است؟

$$1 + \frac{1}{\bar{X}^2} \quad (1)$$

$$\bar{X} - 1 \quad (2)$$

$$1 + \frac{1}{\bar{X}} \quad (3)$$

$$\bar{X} + 1 \quad (4)$$

- ۱۰۲ - فرض کنید تابع مولد گشتاور X برابر است با:

$$M(t) = \frac{1}{6}e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{4}e^t + \frac{1}{4}e^{2t}$$

مقدار $P(|X| \leq 1)$ کدام است؟

$$\frac{3}{12} \quad (1)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (3)$$

$$\frac{6}{12} \quad (4)$$

- ۱۰۳- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از X با تابع احتمال $P[X = -1] = q$ و $P[X = 1] = p$ ، برآورد ماکزیمم درستنمایی p کدام است؟

$$\frac{1+\bar{X}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1-\bar{X}}{2} \quad (2)$$

$$1-\frac{\bar{X}}{2} \quad (3)$$

$$1+\frac{\bar{X}}{2} \quad (4)$$

- ۱۰۴- در یک بررسی آماری، صفت مورد بررسی دارای توزیع نرمال با انحراف معیار ۵ است. اگر هدف از بررسی، آزمون $H_0: \mu = 25$ با احتمال خطای نوع اول ۵٪ و توان ۹۵٪ باشد، تعداد تقریبی نمونه تصادفی کدام است؟

۶۸ (۱)

۸۲ (۲)

۹۶ (۳)

۹۱ (۴)

- ۱۰۵- فرض کنید X دارای تابع احتمال زیر باشد:

x	۱	۲	۳
$f_\theta(x)$	$\frac{\theta}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1-\theta}{3}$

برای آزمون فرض $H_0: \theta = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به صورت $\{2, 3\}$ باشد، احتمال خطای نوع اول (α) و احتمال خطای نوع دوم (β) کدام است؟

$$(\alpha, \beta) = \left(\frac{5}{9}, \frac{1}{9} \right) \quad (1)$$

$$(\alpha, \beta) = \left(\frac{5}{9}, \frac{2}{9} \right) \quad (2)$$

$$(\alpha, \beta) = \left(\frac{7}{9}, \frac{2}{9} \right) \quad (3)$$

$$(\alpha, \beta) = \left(\frac{8}{9}, \frac{2}{9} \right) \quad (4)$$

۱۰۶- یک دنباله از آزمایش‌های مستقل برنولی با احتمال موفقیت برابر $0/2$ ، $0/3$ یا $0/7$ را در نظر بگیرید. فرض کنید X تعداد آزمایش‌های لازم برای به دست آوردن اولین موفقیت باشد و علاقمند به آزمون $H_0: p=0/7$ در مقابل $H_1: p \neq 0/7$ هستیم. فرض H_0 رد می‌شود اگر و تنها اگر $X \geq 3$. مقدار احتمال خطای نوع I و II (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

$$(p+q=1)$$

$$q + pq + p^2q = 0/06 \quad (1)$$

$$q + pq = 0/07 \quad (2)$$

$$p + pq = 0/09 \quad (3)$$

$$p + pq + p^2q = 0/08 \quad (4)$$

۱۰۷- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ، اگر بر اساس یک نمونه تصادفی ۱۲ تایی خلاصه اطلاعات زیر حاصل شود.

$$S_{XY} = 300, S_X^2 = 120, SSE = 240$$

برآورد به روش حداقل مربعات برای β_1 و مجموع مربعات کل کدام است؟

$$\hat{\beta}_1 = 1/5, S_Y^2 = 990 \quad (2)$$

$$\hat{\beta}_1 = 2/5, S_Y^2 = 909 \quad (1)$$

$$\hat{\beta}_1 = 2/5, S_Y^2 = 990 \quad (4)$$

$$\hat{\beta}_1 = 2/0, S_Y^2 = 99 \quad (3)$$

۱۰۸- معادله خط رگرسیونی برآذش شده به نقاط زیر از کدام نقطه می‌گذرد؟

X	-3	-2	1	1	1	2
Y	-5	-4	2	1	2	4

$$(0,1) \quad (1)$$

$$(0,0) \quad (2)$$

$$(1,0) \quad (3)$$

$$(1,1) \quad (4)$$

۱۰۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ که در آن Y متغیر پاسخ و X متغیر مستقل است. بر اساس یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی، خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است:

$$\bar{x} = 2, \bar{y} = 4, S_X^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 9, S_Y^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 16, S_{XY} = -9$$

ضریب تعیین کدام است؟

$$\frac{9}{16} \quad (1)$$

$$\frac{16}{9} \quad (2)$$

$$\frac{7}{4} \quad (3)$$

$$\frac{6}{7} \quad (4)$$

۱۱۰- در یک آزمون مشترک نمره درس سه گروه دانشجو با سه معلم متفاوت به شرح زیر است:

گروه ۱		
گروه ۲	گروه ۳	گروه ۱
۴	۵	۹
۷	۷	۵
۲	۲	۷
۴	۴	۳
۷	۲	۶

با فرض نرمال بودن داده‌ها و همگنی واریانس‌ها، مجموع مربعات خطا (SSE) و میانگین کل کدام است؟

۱) $\frac{11}{4}$ و ۵

۲) $\frac{13}{3}$ و ۵

۳) $\frac{14}{3}$ و ۶

۴) $\frac{12}{5}$ و ۶